



DOI: <https://doi.org/10.15688/nsr.jvolsu.2023.1.3>

UDC 581.552

LBC 28.580.569

RESEARCH OF THE TOTAL AMOUNT OF ABOVEGROUND BIOMASS IN FORESTS DEPENDING ON THE RELATIONSHIP BETWEEN THE HEIGHT AND DIAMETER OF THE TRUNK OF TREES

Tabriz M. Tahmazov

National Aerospace Agency, Baku, Azerbaijan

Abstract. The purpose of this study is to clarify the conditions for achieving the minimum total amount of aboveground biomass in forests, depending on such indicators as stem diameter and tree height. The aboveground biomass contained in forests makes up the bulk of the total biomass available in the forest ecosystem and makes it possible to determine the rate of change in the state of forests. This indicator also plays an important role in the planning of forestry activities. The amount of biomass in forests is of paramount importance when calculating the loss to the ecosystem that is formed due to degradation and deforestation, which ultimately leads to the generation of an additional amount of CO₂, which is the main greenhouse gas. In this study, the dependence of the total amount of biomass in forests on such indicators as tree height and trunk diameter has been studied. A zonal model of forest development is proposed and on this basis a target functional is formed in two variants corresponding to the known expressions of the dependence of the total amount of aboveground forest biomass on the above-mentioned tree indicators. Optimization problems are formulated taking into account additional restrictive conditions imposed on the functional dependence of the trunk diameter on the height of the tree. The solution of optimization problems, using the method of unconditional variational optimization, showed that the total amount of biomass in forests reaches a minimum in the presence of an inverse dependence of the trunk diameter on the height of trees. The results of the study allow us to determine a guaranteed minimum of biomass in forests, which in the future would lead to increased forest protection measures, to a more accurate assessment of the potential of forests to accumulate carbon.

Key words: forest, biomass, trunk of a tree, optimization, measurements.

Citation. Tahmazov T.M. Research of the Total Amount of Aboveground Biomass in Forests Depending on the Relationship Between the Height and Diameter of the Trunk of Trees. *Prirodnye sistemy i resursy* [Natural Systems and Resources], 2023, vol. 13, no. 1, pp. 17-23. DOI: <https://doi.org/10.15688/nsr.jvolsu.2023.1.3>

УДК 581.552

БКК 28.580.569

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЩЕГО КОЛИЧЕСТВА НАДЗЕМНОЙ БИОМАССЫ В ЛЕСАХ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВЗАИМОСВЯЗИ ВЫСОТЫ И ДИАМЕТРА СТВОЛА ДЕРЕВЬЕВ

Табриз Мубариз-оглы Тахмазов

Национальное аэрокосмическое агентство, г. Баку, Азербайджан

Аннотация. Целью настоящего исследования является выяснение условий достижения минимального общего количества надземной биомассы в лесах в зависимости от таких показателей, как диаметр стебля и высота деревьев. Надземная биомасса, содержащаяся в лесах, составляет основную часть всей биомассы имеющейся в лесной экосистеме и позволяет определить скорость изменения состояния лесов. Этот показатель также играет важную роль при планировании работ по лесоводству. Количество биомассы в лесах имеет первостепенное значение при вычислении того убытка экосистеме, которое образуется из-за деградации и вырубки лесов, приводящих в конечном счете к генерации дополнительного количества CO₂, являющегося основным парниковым газом. В настоящем исследовании изучена зависимость суммарного количества

биомассы в лесах, от таких показателей, как высота дерева и диаметр ствола. Предложена зональная модель развития лесов и на этой основе сформирован целевой функционал в двух вариантах, соответствующих известным выражениям зависимости общего количества надземной биомассы лесов от вышеуказанных показателей деревьев. Сформулированы оптимизационные задачи с учетом дополнительных ограничительных условий, наложенных на функциональную зависимость диаметра ствола от высоты дерева. Решение оптимизационных задач, по методике безусловной вариационной оптимизации, показало, что суммарное количество биомассы в лесах достигает минимума при наличии обратной зависимости диаметра ствола от высоты деревьев. Результаты проведенного исследования позволяют определить гарантированный минимум биомассы в лесах, что в перспективе привело бы к усилению лесоохранных мер, к более точной оценке потенциала лесов аккумулировать карбон.

Ключевые слова: лес, биомасса, ствол дерева, оптимизация, измерения.

Цитирование. Тахмазов Т. М. Исследование общего количества надземной биомассы в лесах в зависимости от взаимосвязи высоты и диаметра ствола деревьев // Природные системы и ресурсы. – 2023. – Т. 13, № 1. – С. 17–23. – DOI: <https://doi.org/10.15688/nsr.jvolsu.2023.1.3>

Введение. Показатель количества биомассы в деревьях является важным параметром для осуществления мониторинга состояния лесов [5]. Биомасса, содержащаяся в лесах, составляет основную часть всей биомассы, имеющейся в экосистеме, и позволяет определить скорость изменения состояния лесов [7; 8; 10]. Этот показатель также играет важную роль при планировании работ по лесоводству [4]. Количество биомассы в лесах имеет первостепенное значение при вычислении того убытка экосистеме, которое образуется из-за деградации и вырубки лесов, приводящих в конечном счете к генерации дополнительного количества CO₂, являющегося основным парниковым газом. Согласно [10], основными причинами деградации лесов и обезлесения являются:

- лесные пожары;
- использование лесов в качестве пастбищ;
- болезни деревьев из-за различных вредителей;
- рубка деревьев;
- развитие населенных пунктов вблизи лесов.

Что касается абсолютного количества показателя биомассы в лесах, то этот пока-

затель может быть измерен различными техническими средствами, используя как наземные, так и бортовые методы измерений. Некоторые значения этого показателя, приведенные в различных источниках приведены в таблице. Как видно из данных, для этой цели широко используются средства дистанционного зондирования, установленные в различных спутниках (Sentinel-2, Geo Eye-1, QuickBird и др).

В целом существуют схожие эмпирические формулы расчета показателя AGB (Aboveground Biomass) в зависимости от диаметра стебля и высоты деревьев [6; 10; 11; 13].

Целью настоящего исследования является выяснение условий достижения минимального значения показателя AGB в лесах в смысле выбора наилучшей функциональной зависимости между такими показателями как диаметр стебля и высота деревьев. Цель исследования, заключающаяся в достижении минимума показателя AGB, заключается в гарантированном обеспечении минимума биомассы в лесах, что в перспективе привело бы к усилению лесоохранных мер, к более точной оценке потенциала лесов аккумулировать карбон.

Способы оценки количества биомассы в различных типах лесов с использованием средств дистанционного зондирования

№	Тип лесов	Количества биомассы (AGB)	Сенсор	Литература
1	Леса частного сектора	72,54 мг/га	Sentinel-2	[2]
2	Мангровиальные леса	250,53 мг/га	GeoEye-1	[6]
3	Средиземноморской тип	38 тон/га	QuickBird	[10]
4	Лиственный	58 тон/га	ALOS PALSAR	[3]
5	Бореальный	39,5 мг/га	Landsat ETM+	[14]

Материалы и методы. Исходным предположением для построения предлагаемой зонной модели лесов является равномерный закон распределения деревьев в пределах некоторого типа леса в пределах фиксированной высоты деревьев ($h_1 \div h_2$), то есть:

$$\rho = \frac{1}{h_1 - h_2}, \quad (1)$$

где ρ – плотность вероятности распределения высоты деревьев.

При допущении (1) возможно построение зонной модели лесов, в которой лес состоит из некоторого количества воображаемых лесных зон, обладающих следующей особенностью упорядоченности высот деревьев в зоне. Требуемая упорядоченность деревьев в каждой из зон заключается в выполнении следующего условия налагаемой на показатели высот деревьев (h) в зоне:

$$\begin{aligned} h_i &= h_{i-1} + \Delta h; \\ \Delta h &= \text{const } i = \overline{1, n} \quad h_{\min} < h_i < h_{\max}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, условия (1) и (2) позволяют нам в дальнейшем при проведении модельных исследований оперировать не всей территорией леса, а только одной воображаемой зоной, где условия (1) и (2) выполняются.

С учетом вышеизложенных исходных предположений проведем модельное исследование условий достижения минимальной величины показателя AGB в одной зоне, а следовательно, во всей территории исходного леса. Отметим, что существуют несколько различные эмпирические формулы для вычисления показателя AGB. Так, например, соглас-

но [1], для вычисления AGB пригодна следующая формула:

$$AGB = 0,0509 \cdot \rho D^2 h, \quad (3)$$

где ρ – плотность; D – диаметр стебля на некотором фиксированном уровне; h – высота дерева.

В работе [2] приведены более уточненные формулы, отдельно для отдельных типов деревьев.

Так, например для акации:

$$AGB = 0,0775(D^2 h)^{0,9018}. \quad (4)$$

Для тектоны (Teak):

$$AGB = 0,0149(D^2 h)^{1,0835}. \quad (5)$$

Для остальных типов деревьев:

$$AGB = 0,0240(D^2 h)^{0,7817}. \quad (6)$$

Для осуществления интегральной модельной оценки AGB также воспользуемся известными результатами по исследованию взаимосвязи показателей D и h .

Как отмечается в [12], традиционно, указанная взаимосвязь моделируется линейными уравнениями. В качестве примера на рисунке 1 приведены скаттерграммы, которые могут быть аппроксимированы линейными и нелинейными регрессионными уравнениями.

Отметим во многих работах (см. например: [9; 13]) приводятся сложные экспоненциальные регрессионные уравнения зависимости $h = f(D)$. Вместе с тем существуют работы, в которых исследована обратная зависимость, то есть регрессионная связь:

$$D = \varphi(h). \quad (7)$$

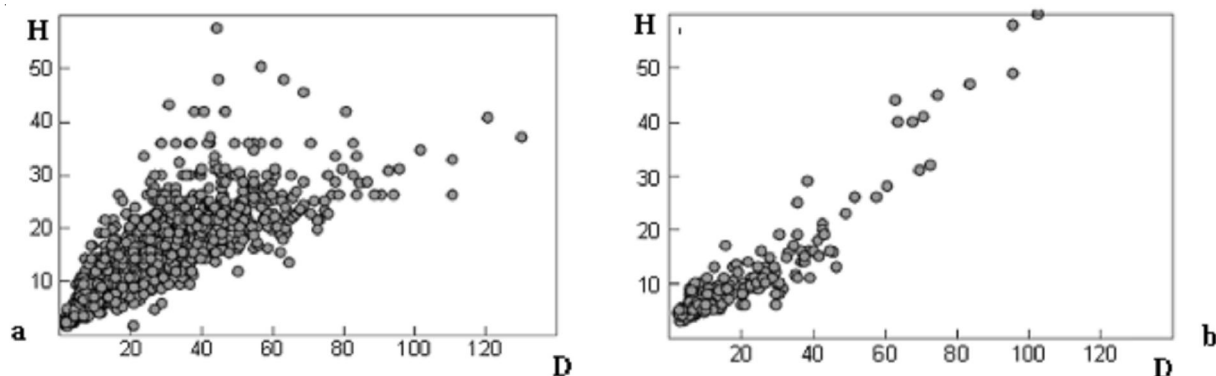


Рис. 1. Скаттерграммы статической зависимости h от D , которые могут быть аппроксимированы нелинейными (а) и линейными регрессионными уравнениями (б)

Например, согласно работе [14], такая статистическая связь может быть охарактеризована квазилинейным регрессионным уравнением (рис. 2).

С учетом вышеизложенного сформулируем задачу вычисления минимально гарантированного количества биомассы в одной зоне вышепредложенной зонной модели леса. В качестве функционала цели сформируем следующее выражение, используя базовую формулу (3):

$$F_1 = \int_{h_1}^{h_2} a_1 D(h)^2 h dh, \quad (8)$$

где $a_1 = 0,05099$; $D(h)$ – искомая оптимальная зависимость D от h при которой F достиг бы минимума. Для решения задачи (8) введем на рассмотрение следующее ограничительное условие:

$$F_1 = \int_{h_1}^{h_2} D(h) dh = C; \quad C = const. \quad (9)$$

Смысл условия (9) заключается в некотором ограничении пространства непрерывных и дважды дифференцируемых функций, в котором возможен подбор решения следующей безусловной вариационной задачи оптимизации:

$$F_0 = F_1 + \lambda [F_2 - C]. \quad (10)$$

С учетом (8) \rightarrow (10) имеем:

$$F_0 = \int_{h_1}^{h_2} a_1 D(h)^2 h dh + \lambda \left[\int_{h_1}^{h_2} D(h) dh - C \right], \quad (11)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Решение оптимизационной задачи (20) согласно методу Эйлера должно удовлетворить условию

$$\frac{d\{a_1 D(h)^2 h + \lambda D(h)\}}{dD(h)} = 0. \quad (12)$$

Из (12) получим:

$$2a_1 D(h)h + \lambda = 0. \quad (13)$$

Из (13) находим:

$$D(h) = -\frac{\lambda}{2a_1 h}. \quad (14)$$

С учетом (9) и (14) вычислим λ . Имеем

$$-\int_{h_1}^{h_2} \frac{\lambda}{2a_1 h} dh = C. \quad (15)$$

Из (15) находим:

$$\lambda = -\frac{2a_1 C}{\ln \frac{h_2}{h_1}}. \quad (16)$$

С учетом (14) и (16) получим

$$D(h) = \frac{C}{h \ln \frac{h_2}{h_1}}. \quad (17)$$

Покажем, что при решении (17) целевой функционал (20) достигает минимум. Для этого достаточно вычислить производную (13) по λ и убедиться, что полученный результат всегда

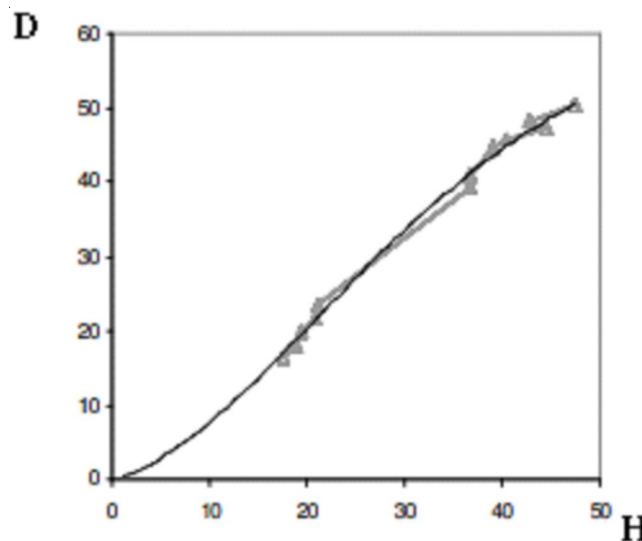


Рис. 2. Квазилинейная регрессионная линия взаимосвязи

является положительной величиной. Этот признак позволяет судить о том, что при решении (17) целевой функционал (11) достигает минимума.

Режим аналогичную оптимизационную задачу с применением выражения (6). На базе этого выражения составим следующий целевой функционал:

$$F_3 = \int_{h_1}^{h_2} a_2 \cdot (D(h)^2 h)^b dh, \quad (18)$$

где $a_2 = 0,024$; $b = 0,7817$.

С учетом (7), (9) и (18) составим следующий целевой функционал безусловной вариационной оптимизации:

$$F_{01} = \int_{h_1}^{h_2} a_2 \cdot (D(h)^2 h)^b dh + \lambda \left[\int_{h_1}^{h_2} D(h) dh - C \right] \quad (19)$$

Согласно методу Эйлера решение оптимизационной задачи должно удовлетворить условию:

$$\frac{d\{a_2[D(h)^2 h]^b + \lambda D(h)\}}{dD(h)} = 0. \quad (20)$$

Из выражения (20) находим:

$$a_2 b [D(h)^2 h]^{b-1} 2D(h) dh + \lambda = 0. \quad (21)$$

Из (21) получим:

$$2a_2 b h^b D(h)^{2b-1} + \lambda = 0. \quad (22)$$

Из (22) имеем:

$$D(h) = \sqrt[2b-1]{-\frac{\lambda}{2a_2 b h^b}}. \quad (23)$$

С учетом (9) и (23) получим:

$$\int_{h_1}^{h_2} \sqrt[2b-1]{-\frac{\lambda}{2a_2 b h^b}} dh = C. \quad (24)$$

Выражение (24) запишем как:

$$\sqrt[2b-1]{-\frac{\lambda}{2a_2 b}} \cdot \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h^{2b-1}} = C, \quad (25)$$

обозначив:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h^{2b-1}} = C_1. \quad (26)$$

Из (25) и (26) получим:

$$\sqrt[2b-1]{-\frac{\lambda}{2a_2 b}} = \frac{C}{C_1} \quad (27)$$

или

$$-\frac{\lambda}{2a_2 b} = \left(\frac{C}{C_1}\right)^{2b-1} \quad (28)$$

Из (28) получим:

$$\lambda = -2a_2 b \left(\frac{C}{C_1}\right)^{2b-1} \quad (29)$$

С учетом (23) и (28) получим:

$$D(h) = \sqrt[2b-1]{\frac{\left(\frac{C}{C_1}\right)^{2b-1}}{h^b}} = \frac{C}{C_1 \cdot h^{\frac{b}{2b-1}}}. \quad (30)$$

Результаты и обсуждение. Анализ показывает, что решения сформулированных оптимизационных задач с использованием известных моделей для вычисления общего количества надземной биомассы деревьев дают схожие результаты. Как видно из (30) при $b = 1$ выражение (30) превращается в ранее полученное решение (17). При решении (30) целевой функционал (19) также достигает минимума, что может быть проверено проверкой знака производной выражения (21), который оказывается плюсовым, что подтверждает минимум функционала (19) при решении (30).

Таким образом, показано, что с учетом предложенной зональной модели леса, известной зависимости показателя AGB от диаметра стебля и высоты дерева, а также с принятым дополнительным условием налагаемым на функциональную зависимость $D = D(h)$ суммарная биомасса лесов может достичь минимума при обратной зависимости D от h в виде функций (17) и (30), соответственно при рассмотрении моделей (3) и (6).

Заключение. Сформулирована и решена задача исследования зависимости суммарного количества биомассы в лесах, в частности показателей AGB, от взаимосвязи таких показателей деревьев как высота дерева и диаметр стебля деревьев. На основе предложенной зонной модели лесов, сформирован целевой функционал в двух вариантах, соответствующих известным выражениям зависи-

мости AGB от вышеуказанных показателей деревьев. Сформированы оптимизационные задачи с учетом налагаемого дополнительного ограничительного условия на функциональную зависимость диаметра стебля от высоты дерева. Решение оптимизационных задач по методике безусловной вариационной оптимизации показало, что суммарное количество биомассы в лесах (то есть показатель AGB) достигает минимума при наличии обратной зависимости диаметра от высоты деревьев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Effects of Deforestation and Forest Degradation on Forest Carbon Stocks in Collaborative Forests, Nepal / R.A. Mandal [et al.] // *International Journal of Conservation Science*. – 2015. – Vol. 3, no. 4. – P. 325–338.
2. Estimating Above Ground Biomass on Private Forest Using Sentinel-2 Imagery / N. Nuthammachot [et al.] // *Journal of Sensors*. – 2018. – Art. 6745629.
3. Estimation of Above Ground Biomass for Central Indian Deciduous Forests Using ALOS PALSAR L-Band Data / K.C. Thumaty [et al.] // *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*. – 2016. – Vol. 44, no. 1. – P. 31–39.
4. EU-Wide Maps of Growing Stock and Above-Ground Biomass in Forests Based on Remote Sensing and Field Measurements / H. Gallaun [et al.] // *Forest Ecology and Management*. – 2010. – Vol. 260, no. 3. – P. 252–261.
5. Houghton, R. A. Aboveground Forest Biomass and the Global Carbon Balance / R. A. Houghton // *Global Change Biology*. – 2005. – vol. 11, no. 6. – P. 945–958.
6. Mangrove Biomass Estimation in Southwest Thailand Using Machine Learning / N.R.A. Jachowski [et al.] // *Applied Geography*. – 2013. – Vol. 45. – P. 311–321.
7. Mokany, K. Critical Analysis of Root: Shoot Ratios in Terrestrial Biomes / K. Mokany, R. J. Raison, A. S. Prokushkin // *Global Change Biology*. – 2006. – Vol. 12, no. 1. – P. 84–96.
8. Monitoring and Estimating Tropical Forest Carbon Stocks: Making REDD a Reality / H.K. Gibbs [et al.] // *Environmental Research Letters*. – 2007. – Vol. 2, no. 4. – Art. 045023.
9. Mugasha, W. A. Relationships Between Diameter and Height of Trees in Natural Tropical Forest in Tanzania, Southern Forests / W. A. Mugasha, O. M. Bollandas, T. Eid // *Journal of Forest Science*. – 2013. – Vol. 75, no. 4. – P. 221–237.
10. Rozendaal, D. M. Demographic Drivers of Aboveground Biomass Dynamics During Secondary Succession in Neotropical Dry and Wet Forests

/ D. M. Rozendaal, R. I. Chazdon, F. Arreola-Villa // *Ecosystems*. – 2017. – Vol. 20, no. 2. – P. 340–353.

11. Santi, E. Fine-Scale Spatial Distribution of Biomass Using Satellite Images / E. Santi, C. Tarantino, V. Amici // *Journal of Ecology and The Natural Environment*. – 2014. – Vol. 6, no. 2. – P. 75–86.
12. Shao, Z. Estimating Forest Aboveground Biomass by Combining Optical and SAR Data: A Case study in Genhe, Inner Mongolia, China / Z. Shao, L. Zhang // *Sensors*. – 2016. – Vol. 16, no. 6. – P. 1–16.
13. Temesgen, H. Modelling Tree Height-Diameter Relationships in Multi-Species and Multi-Layered Forests: A Large Observational Study from Northeast China / H. Temesgen, C. H. Zhang, X. H. Zhao // *Forest Ecology and Management*. – 2014. – Vol. 316. – P. 78–89.
14. Vanclay, J. K. Tree Diameter, Height and Stocking in Even-Aged Forests / J. K. Vanclay // *Ann. For. Sci.* – 2009. – Vol. 66. – Art. 702.

REFERENCES

1. Mandal R.A., Dutta I.C., Jha P.K., et al. Effects of Deforestation and Forest Degradation on Forest Carbon Stocks in Collaborative Forests, Nepal. *International Journal of Conservation Science*, 2015, vol. 3, no. 4, pp. 325-338.
2. Nuthammachot N., Phairuang W., Wicaksono P., Sayektiningsih T. Estimating Above Ground Biomass on Private Forest Using Sentinel-2 Imagery. *Journal of Sensors*, 2018, art. 6745629.
3. Thumaty K.C., Fararoda R., Middinity S., et al. Estimation of Above Ground Biomass for Central Indian Deciduous Forests Using ALOS PALSAR L-Band Data. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 2016, vol. 44, no. 1, pp. 31-39.
4. Gallaun H., Zanchi G., Nabuurs G.J., et al. EU-Wide Maps of Growing Stock and Above-Ground Biomass in Forests Based on Remote Sensing and Field Measurements. *Forest Ecology and Management*, 2010, vol. 260, no. 3, pp. 252-261.
5. Houghton R.A. Aboveground Forest Biomass and the Global Carbon Balance. *Global Change Biology*, 2005, vol. 11, no. 6, pp. 945-958.
6. Jachowski N.R.A., Quak M.S.Y., Friess D.A., et al. Mangrove Biomass Estimation in Southwest Thailand Using Machine Learning. *Applied Geography*, 2013, vol. 45, pp. 311-321.
7. Mokany K., Raison R.J., Prokushkin A.S. Critical Analysis of Root: Shoot Ratios in Terrestrial Biomes. *Global Change Biology*, 2006, vol. 12, no. 1, pp. 84-96.
8. Gibbs H.K., Brown S., Niles J.O., Foley J.A. Monitoring and Estimating Tropical Forest Carbon Stocks: Making REDD a Reality. *Environmental Research Letters*, 2007, vol. 2, no. 4, art. 045023.

9. Mugasha W.A., Bollandas O.M., Eid T. Relationships Between Diameter and Height of Trees in Natural Tropical Forest in Tanzania, Southern Forests. *Journal of Forest Science*, 2013, vol. 75, no. 4, pp. 221-237.

10. Rozendaal D.M., Chazdon R.I., Arreola-Villa F. Demographic Drivers of Aboveground Biomass Dynamics During Secondary Succession in Neotropical Dry and Wet Forests. *Ecosystems*, 2017, vol. 20, no. 2, pp. 340-353.

11. Santi E., Tarantino C., Amici V. Fine-Scale Spatial Distribution of Biomass Using Satellite Images. *Journal of Ecology and the Natural Environment*, 2014, vol. 6, no. 2, pp. 75-86.

12. Shao Z., Zhang L. Estimating Forest Aboveground Biomass by Combining Optical and SAR Data: A Case Study in Genhe, Inner Mongolia, China. *Sensors*, 2016, vol. 16, no. 6, pp. 1-16.

13. Temesgen H., Zhang C.H., Zhao X.H. Modelling Tree Height-Diameter Relationships in Multi-Species and Multi-Layered Forests: A Large Observational Study from Northeast China. *Forest Ecology and Management*, 2014, vol. 316, pp. 78-89.

14. Vanclay J.K. Tree Diameter, Height and Stocking in Even-Aged Forests. *Ann. For. Sci.*, 2009, vol. 66, art. 702.

Information About the Author

Tabriz M. Tahmazov, Doctoral Student, National Aerospace Agency, S.S. Akhundova St, 1, AZ1115 Baku, Azerbaijan, thmzovtbriz66@gmail.com

Информация об авторе

Табриз Мубариз-оглы Тахмазов, докторант, Национальное аэрокосмическое агентство, ул. С.С. Ахундова, 1, AZ1115 г. Баку, Азербайджан, thmzovtbriz66@gmail.com